

文章编号: 1000-7598-(2007) 09-1919-05

考虑基质吸力作用的土坡稳定性分析

罗晓辉¹, 叶火炎²

(1. 华中科技大学 土木工程与力学学院, 武汉 430074; 2. 湖北水利水电职业技术学院, 武汉 430070)

摘 要:非饱和土基质吸力的有效应力作用, 使得土体的抗剪强度得以提高。基于 Fredlund 的非饱和土抗剪强度理论, 在土坡极限平衡分析方法中, 同时考虑分条的土条底面与条间的基质吸力分布对土体抗剪强度的贡献, 进而构筑考虑基质吸力作用的土坡极限平衡分析方法。构筑基于极限平衡分析方法的目标函数, 应用 SLP 优化方法寻求最危险滑动面。用具体计算实例说明这种分析思路可以评价土坡的稳定性评价的影响。

关 键 词: 非饱和土; 基质吸力; 条间作用力; SLP 优化

中图分类号: TU 432

文献标识码: A

Stability analysis of soil slope considering matric suction

LUO Xiao-hui¹, YE Huo-yan²

(1. College of Civil Engineering and Mechanics, Huazhong University of Sci. & Tech., Wuhan 430074, China;

2. Hubei Vocational Technology Institute of Water Resources and Hydropower, Wuhan 430071, China)

Abstract: The shear strength of unsaturated soil will be increased due to matric suction, which is effective stress. According to Fredlund's shear strength theory of unsaturated soil, the matric suction on the inter-slice and the base surface of slice is considered in the limit equilibrium analysis of slope at the same time. An objective function based on limit equilibrium analysis is created and is applied to seeking most hazard failure plane with the sequence of linear programming (SLP) optimization method. An example of engineering is given, it is shown that the analytical idea in this paper exerts an influence on the stability evaluation of slope.

Key words: unsaturated soil; matric suction; force of inter-slice; SLP optimization method

1 引 言

土体内的孔隙是地下水的赋水空间。饱和土是经典土力学研究的主要对象。对于地下水位以上处于非饱和状态的土体通常忽略其负孔隙水压力(基质吸力)的影响, 然而正是由于非饱和状态下基质吸力所具有的有效应力特性, 从而使得土体的抗剪强度得以提高^[1-3]。对于工程中的边坡结构而言, 大多数是处于部分或完全非饱和状态, 其稳定性分析方法一般是采用极限平衡法, 如: Fellenius 条分法、简化的 Bishop 法或 Janbu 法等^[4]。但这些方法大多忽略了条间作用力或采用某一种假定处理形式求解, 当然也就不可能考虑条间基质吸力对稳定性的影响^[5]。本文借助 Sarma 极限平衡分析法的基本思想^[6-8], 把条间作用力特别是基质吸力引入到极限平衡分析之中, 并用工程实例说明这种分析思想的价值。

2 非饱和土的抗剪强度与基质吸力

Fredlund^[2] (1978 年) 提出了以剪切面上的有效法向应力 ($\sigma - u_a$) 及基质吸力 ($u_a - u_w$) 作为应力状态变量, 在三维空间 (如图 1) 表示的非饱和土抗剪强度为

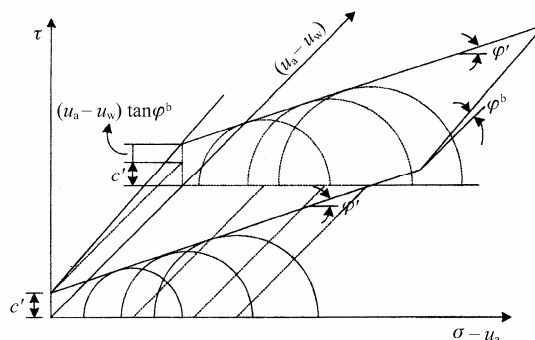


图 1 非饱和土的抗剪强度
Fig.1 Shear strength of unsaturated soil

收稿日期: 2005-12-02

修改稿收到日期: 2006-11-27

作者简介: 罗晓辉, 男, 1960 年生, 博士后, 副教授, 从事岩土力学与边坡工程的研究工作。E-mail: hust_zk2004@163.com

$$\tau_f = c' + (\sigma - u_a) \tan \varphi' + (u_a - u_w) \tan \varphi^b \quad (1)$$

式中: c' 为类似于饱和土且非饱和土的基质吸力为 0 时的有效凝聚力; $\sigma - u_a$ 为剪切面上的有效法向应力; φ' 为有效内摩擦角; $(u_a - u_w)$ 为剪切面上的基质吸力; $\tan \varphi^b$ 为非饱和土抗剪强度随基质吸力 $(u_a - u_w)$ 增加的速率, 称为基质吸力内摩擦角。当土体接近饱和状态时孔隙气压力趋向于 0, φ^b 趋向于 φ' , 则式 (1) 转化为饱和土的 Terzaghi 有效应力抗剪强度公式。

如果类似于 Bishop 方法, 定义 Mohr-Coulomb 强度包面, 则在给定的基质吸力 $u_a - u_w$ 和有效法向应力为 0 的条件下, 总凝聚力可表示为 $c = c' + (u_a - u_w) \tan \varphi^b$, 并将有效法向应力定义为 $\sigma' = (\sigma - u_a)$, 则 Fredlund 公式可写为

$$\tau_f = c + \sigma' \tan \varphi' \quad (2)$$

定义 $\zeta = c \tan \varphi'$, 则式 (2) 又可写为

$$\tau_f = \tilde{\sigma} \tan \varphi' \quad (3)$$

式中: $\tilde{\sigma} = \sigma' + \zeta$; σ' 为外荷载产生的颗粒间有效法向应力, 其意义类似于 Bishop 的定义; ζ 为广义吸力, 它由两部分组成。第 1 部分为 $c' \tan \varphi'$, 它是由土体骨架颗粒胶结作用的真实凝聚力在颗粒间产生的胶结力; 第 2 部分为 $(u_a - u_w) \tan \varphi^b \tan \varphi'$, 它表示的是非饱和土体的基质吸力在剪切破坏时颗粒间的毛管作用力。由此可见, 非饱和土的抗剪强度 τ_f 可以看成是由外荷载作用形成的有效法向应力所产生的摩擦力 $\sigma' \tan \varphi'$ 与广义吸力作用于颗粒所产生的摩擦力 $\zeta \tan \varphi'$ 之和。因此, $\tilde{\sigma}$ 可以称为广义有效应力^[3]。

在上述抗剪强度公式中, 基质吸力是确定其抗剪强度大小的关键。研究表明^[4], 基质吸力是随深度变化的, 且与环境变化的影响密切相关(如图 2), 这种关系表现为基质吸力随深度逐步减小。在无实测基质吸力剖面时, 采用如下简化的方法确定。根据地下水位的埋藏条件确定与地下水位相平衡的平衡基质吸力 $(u_a - u_w)_d$:

$$(u_a - u_w)_d = \gamma_w d \quad (4)$$

式中: γ_w 为水的重度, d 为地下水位埋深。

将实际基质吸力分布曲线简化为直线表示, 取经验值 λ_w 表示地表处实际基质吸力与平衡基质吸力的比例, 则简化的实际基质吸力随深度变化可表示为

$$(u_a - u_w)_y = \lambda_w (u_a - u_w)_d (1 - \frac{y}{d}) \quad (5)$$

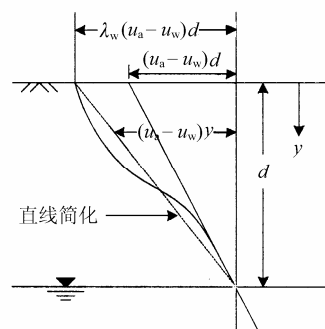


图 2 原位基质吸力典型剖面

Fig.2 Typical section of matric suction in situ

3 稳定性分析的条分法

3.1 土条受力分析

在实际土坡稳定分析中, 不稳定土体可能存在两种情况: (1) 滑动面位于地下水位以下, 此时滑动面上只有孔隙水压力; (2) 滑动面位于地下水位之上, 则滑动面上分布的基质吸力假定为直线分布, 其值由相应的土条侧面的基质吸力确定。

首先考虑滑动面位于地下水位以下的情况。假定土坡被分割为 n 个土条, 作用在竖向土条界面上的基质吸力随深度线性分布。第 i 个土条底面上有效法向应力 $\sigma - u_a$ 的合力为 N_i , 竖向土条界面上有效法向应力的合力为 E_i , 且对于第 1 个土条与第 $n + 1$ 个土条竖向界面上的合力为已知, 用 $\bar{E}_1$ 和 $\bar{E}_{n+1}$ 表示, 对应界面上由抗剪强度表示的切向力分别为 S_i 和 T_i 。因此, 将孔隙水压力与基质吸力的合力由 U_i^w 与 U_i^{aw} 表示:

$$U_i^{aw} = \lambda_w (u_a - u_w)_d d_i / 2 \quad (6)$$

$$U_i^w = (\gamma_w h_i + \gamma_w h_{i+1}) / 2 \quad (7)$$

按有效应力方法分析, 第 i 个土条上的作用力系可用图 3 表示。当一个广义作用力 Q 作用于第 i 个土条使其达到某种不稳定状态时, 待求的未知力有: 广义作用力 Q ; 竖向界面上的 E_i 和 T_i 有 $n + 2$ 个; 土条底面上 N_i 和 S_i 有 $2n$ 个, 即共计有 $4n + 3$ 个待求未知力。下面引用各土条的静力平衡条件 $2n$ 个方程, 滑动面及竖向界面上的抗剪强度条件 $2n + 1$ 个方程, 以及边界条件 2 个方程求解上述未知力。根据静力平衡条件 $\sum F_x = 0$, $\sum F_y = 0$ 可以得到:

$$S_i \cos \alpha_i - N_i \sin \alpha_i = Q + E_{i+1} - E_i + U_{i+1}^{aw} - U_i^{aw} + U_{i+1}^w - U_i^w + U_i \sin \alpha_i \quad (8)$$

$$S_i \sin \alpha_i + N_i \cos \alpha_i = W_i + T_{i+1} - T_i - U_i \cos \alpha_i \quad (9)$$

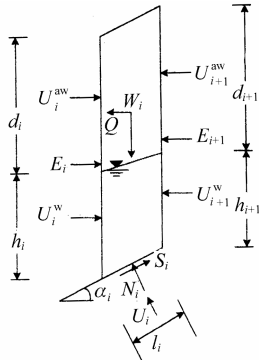


图3 有地下水时的土条作用力系

Fig.3 Acting force system on slip with groundwater

式中: α_i 为土条滑动面倾角。

由 Fredlund 的非饱和土抗剪强度公式及 Terzaghi 有效应力抗剪强度公式, 土条滑动面及竖向条块界面上切向力可表示为

$$S_i = N_i \tan \phi'_i + c'_i l_i \quad (10)$$

$$T_i = E_i \tan \bar{\phi}'_i + U_i^{aw} \tan \bar{\phi}^b_i d_i + \bar{c}'_i (d_i + h_i) \quad (11)$$

式中: c'_i , ϕ'_i 分别为第 i 个土条滑动面上的有效抗剪强度参数; $\bar{c}'$, $\bar{\phi}'_i$ 分别为第 i 个土条竖向界面上的有效抗剪强度参数; l_i 为第 i 个土条滑动面长度; d_i , h_i 分别为土条竖向界面地下水位以上及以下的土条高度。

将式 (10)、式 (11) 代入式 (8)、式 (9) 得到:

$$\beta_i E_{i+1} = \eta_i - \zeta_i Q + \gamma_i E_i \quad (12)$$

其中:

$$\beta_i = (1 - \tan \bar{\phi}'_{i+1} \tan \phi'_i) \cos \alpha_i + (\tan \bar{\phi}'_{i+1} + \tan \phi'_i) \sin \alpha_i \quad (13)$$

$$\zeta_i = \tan \phi'_i \sin \alpha_i + \cos \alpha_i \quad (14)$$

$$\gamma_i = (1 - \tan \bar{\phi}'_i \tan \phi'_i) \cos \alpha_i + (\tan \bar{\phi}'_i + \tan \phi'_i) \sin \alpha_i \quad (15)$$

当 Q 作用在第 n 个土条上时 ($i=n$), 考虑到第 1 个及第 $n+1$ 个土条竖向界面上有已知的 $\bar{E}_1$ 和 $\bar{E}_{n+1}$ 作用力, 由式 (12) 采用递推的方法可得到 Q 的计算表达式:

$$Q = \frac{1}{\zeta_n} \left[\eta_n + \eta_{n-1} \frac{\gamma_n}{\beta_{n-1}} + \eta_{n-2} \frac{\gamma_n \gamma_{n-1}}{\beta_{n-1} \beta_{n-2}} + \dots + \eta_1 \frac{\gamma_n \gamma_{n-1} \dots \gamma_2}{\beta_{n-1} \beta_{n-2} \dots \beta_1} + \frac{\gamma_n \gamma_{n-1} \dots \gamma_1}{\beta_{n-1} \beta_{n-2} \dots \beta_1} \bar{E}_1 - \beta_n \bar{E}_{n+1} \right] \quad (16)$$

将式 (16) 及 $\bar{E}_{n+1}$ 代入式 (12), 求得第 n 个土条竖向界面上有效法向力 E_n :

$$E_n = (\beta_n E_{n+1} - \eta_n + \zeta_n Q) / \gamma_n \quad (17)$$

对于第 i ($i = 1, 2, \dots, n-1$) 个土条竖向界面上有

有效法向力 E_i 的求解, 由于 $Q=0$, 因此, 有:

$$E_i = (\beta_i E_{i+1} - \eta_i) / \gamma_i \quad (18)$$

将求得的 E_i 代入式 (11), 则可得到相应土条竖向界面上的切向力 T_i , 再由式 (9)、式 (10), 即可求得各土条滑动面的有效法向力 N_i 。显然, 在滑动稳定问题分析中不论此时的土坡稳定程度如何, 各土条滑动面的有效法向力 N_i 必为正, 即大于 0。对于滑动面位于地下水位以上的情况。土条作用力系可用图 4 表示。

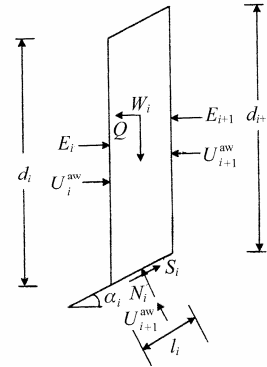


图4 无地下水时的土条作用力系

Fig.4 Acting force system on slip without groundwater

令上述计算公式中 $U_i^w = 0$, 土条竖向界面上的基质吸力计算式 (6) 应改写为

$$U_i^{aw} = \frac{1}{2} \lambda_w [(u_a - u_w)_{d_{i+1}} + (u_a - u_w)_{d_i}] d_i \quad (19)$$

土条底面的孔隙水压力 U_i 改写为基质吸力 $\bar{U}_i^{aw}$:

$$\bar{U}_i^{aw} = \frac{1}{2} \lambda_w [(u_a - u_w)_{d_{i+1}} + (u_a - u_w)_{d_i}] l_i \quad (20)$$

3.2 稳定分析

上述受力分析可以求得某一潜在滑动面的各土条边界面上作用力, 其相应的稳定系数可定义为滑动面上的抗滑力 F_r 与下滑力 F_s 之比:

$$K = \frac{\sum_{i=1}^n [S_i + (E_i + U_i^{aw} + U_i^w) \sec \alpha_i]}{\sum_{i=1}^n (E_{i+1} + U_{i+1}^{aw} + U_{i+1}^w) \sec \alpha_i} \quad (21)$$

由式 (21) 定义的稳定系数描述了土坡当前状态下的稳定程度, 即一般意义下的稳定安全系数。另外, 从安全储备角度而言, 定义稳定系数将对 Q 所作用的土条上诸力求其在滑动面方向上的合力 F 。根据摩擦锥的概念, 当 Q_i 与 F 的合力作用线与滑动面法线的夹角 θ 大于滑动面的内摩擦角 ϕ' 时, 为不稳定状态, 相反则表示稳定状态。因而极限状态可表示为 $\theta = \phi'$, 即有 $Q=0$, 这正说明了土坡的稳定性是由土坡内的相互作用力所决定的。如采用

Bishop 安全储备系数的定义, 将式 (16) 中的土坡体抗剪强度 c'_i , ϕ'_i , $\bar{c}'_i$, $\bar{\phi}'_i$, ϕ_i^b , $\bar{\phi}_i^b$ 用安全储备系数 K 折减, 即令 $Q(K) = 0$, 求解 K 值。显然, 这种定义对于非圆弧滑动面的分析较为适用。

基于上述安全储备系数的定义, 采用文献[6]所应用的序列线性规划法 (SLP 方法) 寻求最危险滑动面。目标函数为 $Q(K) = 0$ 。在确定的坐标系中, 滑动圆弧的圆心坐标为 X, Y , 在相应的常数及函数约束条件下 (如图 5) 决定了滑动面目标函数的值。

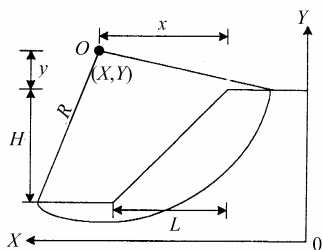


图 5 最危险滑动面的确定

Fig.5 Determination of most danger slip surface

4 算例分析

计算分析文献[2]中的工程实例。某挖方陡坡的最大坡高为 35 m, 平均坡角为 60° , 地下水位埋深为 30 m, 边坡土质自上而下为崩积物, 花岗岩全风化层以及强风化层, 其力学性质指标见表 1。由实测基质吸力剖面计算得到的基质吸力随深度的变化率为 -1.14 kPa/m 。文献[2]采用 Fellenius 条分法计算与本文方法计算结果对比见表 2。

表 1 边坡土体的力学性质参数

Table 1 Mechanical property parameters of slope soils

土层	重度 $\gamma/\text{kN}\cdot\text{m}^{-3}$	黏聚力 c'/kPa	内摩擦角 $\phi'/ (^\circ)$	基质吸力内 摩擦角 $\phi^b/(^\circ)$
崩积物	19.6	10.0	35.0	15
全风化层	19.6	15.1	35.2	15
强风化层	19.6	23.5	41.5	15

表 2 计算结果对比表

Table 2 Comparison of calculation results

计算方法	基质吸力 作用条件	圆心坐标		圆弧半径 R/m	稳定系 数 K
		X/m	Y/m		
文献[2](不考 虑条间作用力)	不考虑	232.5	190.0	216.0	0.864
	考虑	176.3	141.9	143.0	1.072
本文(考虑条 间作用力)	不考虑	181.5	148.7	151.3	1.048
	考虑	174.8	138.6	140.9	1.174

由表 2 的计算结果对比可见, 是否考虑条间作用力对土坡稳定性的影响是显著的。一方面, 条间作用力是土条稳定的一个必要条件, 表 2 说明不论是否考虑基质吸力的作用, 稳定系数都可以提高 $9.5\% \sim 21.3\%$ 。另一方面, 由于基质吸力提高了土

的抗剪强度, 当它作为条间作用力的一部分时, 稳定系数提高了 35.9% 。

5 结 论

上述理论分析与计算表明:

(1) 不论滑动面是位于地下水位以上或以下, 土条的非饱和和部分基质吸力作为抗剪强度的一部分, 通过条间作用力的形式对土坡的稳定起作用。

(2) 当降雨入渗时, 基质吸力的减小而导致条间作用力的下降, 是降雨期间土坡多发生失稳的一个重要原因。

参 考 文 献

- [1] Ho D Y F, Fredlund D G. A multi-stage triaxial test for unsaturated soil[J]. *ASTM Geotechnical Testing Journal*, 1982, 5(1/2): 18—25.
- [2] Fredlund D G, Rahardjo H. *Soil Mechanics for Unsaturated Soil* [M]. New York: John Wiley & Sons, 1993.
- [3] 沈珠江. 应度软化材料的广义孔隙压力模型[J]. *岩土工程学报*, 1997, 19(3): 14—21.
SHEN Zhu-jiang. Generalized pore pressure model for strain softening materials[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 1997, 19(3): 14—21.
- [4] 罗晓辉, 白世伟, 万凯军, 等. 尾矿坝渗透静力稳定分析 [J]. *岩土力学*, 2004, 25(4): 560—564.
LUO Xiao-hui, BAI Shi-wei, WAN Kai-jun, et al. Static stability analysis in the state of seepage of the mine tailings dam[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2004, 25(4): 560—564.
- [5] Sweeney D J. Some in situ soil suction measurements in Hong Kong's residual soil slopes[A]. *Proceedings of. 7th Southeast Asia Geotechnical Conference* [C]. [s.l.]:[s.n.], 1982, 1: 91—106.
- [6] 罗晓辉, 何立红. 基坑开挖土钉墙支护稳定性的优化分析[J]. *岩土工程技术*, 1998, 3: 8—13.
LUO Xiao-hui, HE Li-hong. Optimizaion analysis of supporting stability with soil nail wall in pit. [J]. *Chinese Journal of Geotechnical Technology*, 1998, (3): 8—13.
- [7] 罗晓辉, 邹金林. 土工结构物的稳定性数值分析, *岩土力学*, 2001, 22(2): 148—151.
LUO Xiao-hui, ZOU Jin-lin. Numerical analysis of stability of soil structure. [J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2004, 22(2): 148—151.
- [8] 罗晓辉, 朝泽东, 肖坚, 等. 基于蒙特卡罗法的基坑土钉支护稳定可靠度分析[J]. *华中科技大学学报(城市科学版)*, 2006, 23(增刊 1): 31—33.
LUO Xiao-hui, CHAO Ze-dong, XIAO Jian, et al. Analysis of confidence level based on Monte Carlo mehtods for soil nail stability. [J]. *Journal of Huazhong University of Science and Technology(Urban Science Edition)*, 2006, 23(Supp.1): 31—33.